Φυλλάδιο 6.

2.1. Μπορεί η μερική λύση του (2.1) να είναι γραμμικός συνδυασμός του ϑ. σ. λύσεων του (2.3);

2.2. Διαπιστώστε ότι η $\mathbf{x}^*(t)$ (βλ. (2.3)) είναι όντως λύση της (2.1).

2.3. Γράψτε αναλυτικά την μέθοδο των μεταβαλλόμενων σταθερών για $n = 2$.

3.1. Να βρεθεί η λύση του προβλήματος $Cauchy$

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y + 2, \quad x(0) = \frac{4}{5}$$
$$\frac{dy}{dt} = 4x + 3y + 1, \quad y(0) = -\frac{7}{5}.$$

3.2. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος

$$\frac{dx}{dt} = x - y + \frac{e^t}{cost},$$
$$\frac{dy}{dt} = x + y.$$

3.3. Να λύσετε τις προηγούμενες δυο ασκήσεις, ανάγοντας τα συστήματα σε εξισώσεις δευτερης τάξης.

3.4. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y + t^{1/3}(e^{3t} + e^{-t}),$$
$$\frac{dy}{dt} = 2x + y + t^{1/3}(e^{3t} - e^{-t}).$$

3.5. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος

$$\frac{dx}{dt} = 6y,$$
$$\frac{dy}{dt} = x + z,$$
$$\frac{dz}{dt} = x + y$$

και έπειτα η λύση του προβλήματος $Cauchy$:

$$(x(0), y(0), z(0)) = (-1, 0, 1).$$

3.6. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος

$$\frac{dx}{dt} = y + z,$$
$$\frac{dy}{dt} = x + z,$$
$$\frac{dz}{dt} = x + y.$$

3.7. Γράψτε τα συστήματα των ασκήσεων σε μορφή (0.2) (προσδιορίστε τον πίνακα $\mathbf{A}$ και το δεύτερο μέρος $\mathbf{f}$).